Universidad de Granada
Departamento de Análisis Matemático
Asignatura: Cálculo
Primer curso de la Licenciatura de Ciencias Matemáticas

Ejercicios de evaluación (7ª entrega)

1. Para cada $n\in\mathbb{N}$ sea $x_n = 1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\log(n)$, $y_n = x_n - \frac{1}{n}$. Pruébese que $\{x_n\}$ es estrictamente decreciente e $\{y_n\}$ es estrictamente creciente. Dedúzcase que ambas sucesiones convergen a un mismo número. Dicho número se llama la *constante de Euler* y se representa por la letra griega γ.

2. Calcúlense los límites de las sucesiones $\{x_n\}$ definidas por:

   a) $x_n = \sqrt[k]{(n+a_1)(n+a_2)\cdots(n+a_k)} - n$, donde $k\in\mathbb{N}$, $a_j\in\mathbb{R}$, $1\leqslant j\leqslant k$.

   b) $x_n = \left(\dfrac{\alpha\sqrt[n]{a}+\beta\sqrt[n]{b}}{\alpha+\beta}\right)^n$ donde $a>0$, $b>0$ y $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, $\alpha+\beta\neq 0$.

   c) $x_n = \left(\dfrac{3}{4}\,\dfrac{1+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2}{n^3}\right)^{n^2}$

Fecha de entrega: 18 de diciembre.